

UFF - Universidade Federal Fluminense

Pólo Universitário de Volta Redonda

Física Experimental

Instruções para elaboração de relatórios e introdução à teoria de erros

1 Elaboração de Relatórios

Um relatório é o relato detalhado da prática experimental desenvolvida. O princípio é proporcionar a um leitor todas as informações, análises, referências e conclusões referentes ao problema estudado.

- Sobre o tamanho do relatório: A extensão do relatório não reflete a sua qualidade, ele pode ser curto e excelente, enquanto que um relatório longo pode ser ruim e até incompleto.
- Sobre a linguagem adequada: A linguagem empregada na redação é muito importante, ela deve ser técnica e correta, sem utilizar termos informais. Quanto ao tempo verbal deve-se usar o passado uma vez tudo o que consta no relatório já foi realizado anteriormente. Utiliza-se tanto a primeira pessoa do plural (por exemplo, "pesamos o disco") como um tratamento indeterminado (por exemplo, "pesou-se o disco").

Quanto a sua organização, o relatório deve ser dividido em seções, contendo:

1. Capa do Relatório

Título da prática, disciplina, nomes dos autores do trabalho, nome do professor, data, local e turma.

- ### 2. Objetivos
- Uma série de frases curtas destacando as metas a serem atingidas com a experiência.

3. **Fundamentos Teóricos** Apresentação dos fundamentos teóricos envolvidos na sua solução do problema experimental a ser analisado.
4. **Material e Esquema da Prática**
 - (a) Lista dos materiais utilizados.
 - (b) Lista dos equipamentos e instrumentos com especificação: da marca, do modelo e da exatidão de cada um.
 - (c) Desenho com os esquemas das montagens utilizadas. Também é importante esclarecer no desenho quais são as grandezas que estão sendo medidas (comprimentos, ângulos, tempo, etc).
5. **Procedimento Experimental** Apresentação de como as medidas foram realizadas, ou seja, a metodologia empregada, relatando os cuidados especiais tomados durante o experimento.
6. **Resultados e Discussões** Apresentação dos resultados obtidos, organizados em forma de tabelas e gráficos. Deve conter a análise e interpretação dos resultados obtidos. Para isto podem ser apresentados alguns cálculos que levam aos resultados que estão sendo objetivados pelo experimento. Porém, cálculos repetitivos ou longos demais devem ser colocados em um apêndice, ao final do relatório. Todos os dados e resultados devem ser expressos com as respectivas incertezas e unidades.
7. **Conclusões** Recapitula-se a motivação do experimento e faz-se uma discussão dos resultados obtidos em função da previsão dos fundamentos teóricos. Comenta-se a metodologia utilizada e as prováveis fontes de erros. Quando houver valores esperados na literatura compara-se estes com os resultados obtidos no experimento.
8. **Bibliografia** Lista das fontes consultadas para a elaboração do relatório.
9. **Apêndices**

É opcional e pode conter, por exemplo, contas repetitivas.

2 Algarismos Significativos

Em uma medida, os algarismos significativos são aqueles lidos com certeza do instrumento de medida mais um algarismo duvidoso. Esse algarismo duvidoso (o qual também é significativo) pode ser estimado pelo operador do instrumento (no caso de instrumentos analógicos) ou dado diretamente pelo instrumento (no caso de instrumentos digitais). Exemplos:

- $15,63 \text{ cm} \Rightarrow 4 \text{ algarismos significativos}$
- $2,60 \text{ s} \Rightarrow 3 \text{ algarismos significativos}$
- $0,34 \text{ cm} = 3,4 \text{ mm} \Rightarrow 2 \text{ algarismos significativos}$

Note que zeros a esquerda (como no último exemplo acima) *não* são significativos, pois podem ser eliminados por uma transformação de unidades ou escrevendo a medida em notação científica.

2.1 Notação científica

A notação científica é bastante útil para explicitarmos o número de algarismos significativos de uma medida. Além disso, ela fornece uma representação adequada para números muito grandes ou números muito pequenos. Exemplos de representações em notação científica:

- $0,0040 \text{ cm} \Rightarrow 4,0 \times 10^{-3} \text{ cm}$
- $980,35 \text{ cm/s}^2 \Rightarrow 9,8035 \times 10^2 \text{ cm/s}^2$
- $0,00005 \text{ s} \Rightarrow 5 \times 10^{-5} \text{ s}$

Observe que a representação em notação científica constitui-se de um algarismo significativo antes da vírgula associado a uma potência de 10 conveniente.

2.2 Transformações de unidades

A regra geral da transformação de unidades é que se mantenha o número de algarismos significativos no processo de transformação de unidades. Exemplos:

- $0,043 \text{ m} \Rightarrow 4,3 \text{ cm}$
- $8,9 \text{ m/s} \Rightarrow 8,9 \times 3,6 \text{ km/h} = 32 \text{ km/h}$.

2.3 Arredondamentos

Muitas vezes, ao realizarmos operações matemáticas com as medidas realizadas no laboratório, é necessário eliminar algarismos excedentes (não-significativos) através de arredondamentos de resultados. Nessa direção, a primeira regra básica é que devemos evitar arredondamentos intermediários, ou seja, arredondamentos devem ser realizados na etapa final dos cálculos, quando estivermos obtendo as quantidades físicas que representam o objetivo do experimento realizado. Quanto ao arredondamento em si, podemos fazê-lo adotando-se a seguinte regra:

- se o algarismo seguinte ao último que se quer manter encontra-se entre 000... e 499..., basta excluí-los.
- se o algarismo seguinte ao último que se quer manter encontra-se entre 500... e 999..., aumenta-se de uma unidade o último algarismo.

Exemplos: Nos casos abaixo, quer se manter como último algarismo aquele que está sublinhado (é uma notação usual sublinharmos o algarismo duvidoso de uma medida ou do resultado de uma operação matemática sobre uma medida):

- $\underline{8},350 = 8$
- $8,\underline{3}50 = 8,4$
- $8,3\underline{5}0 = 8,35$

2.4 Operações com algarismos significativos

Ao se efetuar cálculos com valores experimentais e constantes deve-se tomar cuidado para não expressar o resultado com um número de algarismos excessivo, o que não tem qualquer sentido. Neste sentido, ao realizarmos operações matemáticas com algarismos significativos, adotamos as regras abaixo.

2.4.1 Adição e Subtração

O resultado deve preservar a mesma quantidade de casas decimais da parcela com menos casas decimais.

- $(23,4 + 8 + 1,55) \text{ m} = 32,95 \text{ m} = 33 \text{ m}$
- $(23,422 - 8,00) \text{ m} = 15,422 \text{ m} = 15,42 \text{ m}$

2.4.2 Multiplicação e divisão

O resultado deve ter o mesmo número de algarismos significativos que a parcela com menos algarismos significativos.

- $5,541 \times 2,0 = 11,082 = 11$
- $0,452 \text{ A} \times 2671 \Omega = 1,21 \times 10^3 \text{ V}$
- $63,72 \text{ cm} / 23,1 \text{ s} = 2,76 \text{ cm/s}$

2.4.3 Funções transcendentais

O resultado deve ter o mesmo número de algarismos significativos que o argumento da função.

1. $\sin 50^\circ = 0,766044 = 0,77 = 7,7 \times 10^{-1}$
2. $\ln 101 = 4,6151 = 4,62$

3 Introdução à Teoria de Erros

Resultados de procedimentos experimentais devem ser representados de modo geral como

$$M = (m \pm \Delta m) \text{ unidade}, \quad (1)$$

onde M é a grandeza física considerada, m é o valor numérico encontrado para essa grandeza (expresso com o número correto de algarismos significativos) e Δm é a incerteza (ou erro experimental) associada ao procedimento experimental realizado.

3.1 Incerteza

A incerteza de um resultado experimental (o erro) deve ter no máximo 2 algarismos significativos, podendo ter apenas 1 único algarismo. O último algarismo significativo do valor do mensurando é determinado pelo último algarismo significativo da incerteza. Exemplos:

- $a = (6,57 \pm 0,05) \text{ m/s}^2$
- $a = (6657 \pm 13) \times (10^{-3} \text{ m/s}^2)$

Pode-se expressar um valor sem explicitar-se a incerteza associada. Nestes casos está implícito que existe um limite de erro de no máximo 0,5 do último algarismo significativo. Por exemplo: $d = 5,5 \times 10^2 \text{ km} \implies (5,50 \pm 0,05) \times 10^2 \text{ km}$.

3.2 Classificação dos erros

Quanto à sua origem e sua maneira de atuar no experimento, os erros experimentais classificam-se em

- Erro sistemático: Afeta o experimento sempre da mesma maneira, deslocando o valor da medida em um mesmo sentido. A presença de um erro sistemático provocará ou um aumento ou uma diminuição no valor obtido de todas as medidas realizadas. Exemplo: Erro na calibração de uma balança.

- **Erro de escala:** Ocorre devido ao limite natural de precisão de qualquer instrumento de medida. O erro de escala afeta qualquer medida, visto que qualquer instrumento utilizado para realizar medidas terá um limite de precisão. Exemplo: Uma régua graduada em milímetros não tem precisão para estimar comprimentos em micrômetros ($1\mu\text{m} = 10^{-3}\text{mm}$), pois possui associado a ela um erro bem maior que $1\mu\text{m}$.
- **Erro aleatório:** Afeta o experimento de forma imprevisível, ora aumentando o valor obtido para uma medida ora diminuindo seu resultado. Exemplo: Alterações em medidas devido a flutuações na rede elétrica, a vibrações no aparato experimental, a variações de temperatura, etc.

3.3 Estimativa de incertezas

Não podemos eliminar completamente a presença de incertezas em procedimentos experimentais. No entanto, a teoria de erros nos permite fazer uma estimativas dos erros cometidos no experimento de modo a podermos avaliar a precisão e qualidade do experimento realizado. Assumindo que os erros ocorrem devido a fontes independentes de incertezas no experimento, podemos tomar como erro total de uma medida a soma dos erros sistemáticos, de escalas e aleatórios. O tratamento para cada tipo de erro ocorre como abaixo.

- **Erros sistemáticos:** Quanto aos erros sistemáticos, o procedimento usual é, suspeitando que sua presença é relevante para os resultados obtidos, tentamos identificar sua origem e eliminá-lo do experimento. Não estimaremos aqui esse tipo de erro.

Dessa forma, desprezando erros sistemáticos, exprimiremos o erro total sobre um resultado experimental como

$$\Delta m = E_e + E_a \quad (2)$$

onde E_e denota o erro de escala associado a medida e E_a seu o erro aleatório provável. Esses erros podem ser estimados da seguinte maneira:

- **Erro de escala em instrumentos analógicos** (Ex.: Régua):

$$E_e = \pm \frac{\text{Menor Divisão da Escala}}{2} = \pm \frac{\text{MDE}}{2}. \quad (3)$$

Para o caso de uma régua graduada em milímetros, temos $E_e = \pm 0,5 \text{ mm}$.

- **Erro de escala em instrumentos digitais** (Ex.: Cronômetro digital):

$$E_e = \pm \text{Menor Divisão da Escala} = \pm \text{MDE}. \quad (4)$$

Para o caso de um cronômetro com precisão em milisegundos, temos $E_e = \pm 1 \text{ ms}$.

• **Estimativa do erro aleatório provável:** Para o cálculo do erro aleatório provável fazemos um conjunto de N medidas da quantidade física e prosseguimos através dos seguintes passos:

1. Calcula-se o valor médio (valor mais provável de uma medida) através da média aritmética dos valores x_i medidos

$$x_m = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}. \quad (5)$$

2. Calcula-se o desvio Δx_i de cada medida em relação à média

$$\Delta x_i = x_i - x_m. \quad (6)$$

3. Calcula-se o desvio padrão σ , o qual é uma das quantidades em estatística para indicar a tendência das medidas de se distribuírem em torno do seu valor mais provável. O valor de σ nos fornece uma idéia da dispersão das medidas em relação a seu valor mais provável, sendo dado por

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\Delta x_i)^2}{N - 1}}. \quad (7)$$

4. Finalmente, o erro aleatório será dado calculando-se o desvio padrão da média

$$x_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}. \quad (8)$$

3.4 Propagação de erros

Como podemos fazer operações matemáticas com resultados de medidas escritas como $(x \pm \Delta x)$? Como erros Δx se propagam para o resultado da operação quando, por exemplo, multiplicamos duas medidas $(x_1 \pm \Delta x_1) \times (x_2 \pm \Delta x_2)$? Para resolver esse tipo de

problema, nós podemos fazer uso do cálculo de variações. Assumindo que a operação que queremos realizar atue em p diferentes medidas $(x_1, \dots, x_p)$, procuraremos o erro associado à função $f(x_1, x_2, \dots, x_p)$, onde $f(x_1, x_2, \dots, x_p)$ é o resultado da operação a ser feita. Por exemplo, para multiplicarmos duas medidas x_1 e x_2 , consideramos a função que é o resultado da multiplicação de x_1 e x_2 , ou seja, $f(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$. O erro associado a essa multiplicação (ou a uma função mais geral) pode ser calculado através de

$$\Delta f(x_1, \dots, x_p) = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| \Delta x_1 + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_p} \right| \Delta x_p. \quad (9)$$

Exemplo: Para o caso da multiplicação de x_1 e x_2 discutida acima, obtemos

$$\Delta f(x_1, x_2) = x_2 \Delta x_1 + x_1 \Delta x_2, \quad (10)$$

escrevendo o resultado final da operação como

$$(x_1 \pm \Delta x_1) \times (x_2 \pm \Delta x_2) = (x_1 \cdot x_2) \pm (x_2 \Delta x_1 + x_1 \Delta x_2) \quad (11)$$

Exercícios: Calcule Δf para cada um dos casos mostrados abaixo.

- Soma: $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$.
- Subtração: $f(x_1, x_2) = x_1 - x_2$.
- Divisão: $f(x_1, x_2) = x_1/x_2$.
- Potenciação: $f(x_1) = x_1^n$, onde n é um número natural.

Referências

1. VUOLO, J. H., *Fundamentos da teoria dos Erros*, Ed. Edgard Blucher Ltda, São Paulo (1995).
2. PIACENTINI J. J, GRANDI, B. C. S., HOFMANN, M. P., LIMA F. R. R., ZIMMERMANN E., *Introdução ao Laboratório de Física*, Ed. da UFSC, 2a. Edição Revisada, Florianópolis (2005).